Freiburger Universitätsreden
Heft 35

# Werden und Wesen der Geometrie

Rektoratsrede
von

Wilhelm Süß

Mit dem Bericht des scheidenden Rektors Prof. Dr. Otto Mangold

1941

Fr. Wagnersche Universitätsbuchhandlung
Freiburg im Breisgau

Reden, gehalten bei der feier-
lichen Übergabe des Rektoramts
am 30. Oktober 1940.



Druck: Verlagsgesellschaft u. Buchdruckerei H. Rombach & Co., Freiburg i. Br.

## Hochverehrte Versammlung!

Ich habe die Ehre, Sie alle im Auftrag der Albert-Ludwigs-Universität bei unserer heutigen Feier herzlichst willkommen zu heißen. Dabei begrüße ich besonders den Herrn Vertreter unserer vorgesetzten Behörde, des Badischen Ministeriums des Kultus und Unterrichts, die Herren Vertreter der Wehrmacht, der Partei und ihrer Gliederungen, der Stadt Freiburg und der staatlichen Einrichtungen und danke allen für ihren Besuch und für das warme Interesse, das sie jederzeit unserer Hochschule entgegengebracht haben. Das Gefühl der Dankbarkeit, Kameradschaft und Freundschaft verbindet uns mit ihnen im Bewußtsein des gemeinsamen großen Zieles.

Ich habe die Aufgabe, einen Bericht über die beiden ersten Trimester und den Beginn des dritten Trimesters des Kriegsjahres 1940, d. h. über die Zeit vom Januar bis zum Oktober 1940 zu erstatten.

Nachdem der Lehrbetrieb unserer Albert-Ludwigs-Universität bei Kriegsausbruch eingestellt worden war, gelang es den Bemühungen der Universitätsführung und ihrer Freunde in der Regierung, der Wehrmacht, der Partei und der Stadt, bei dem Herrn Reichswissenschaftsminister die Eröffnung für den Januar 1940 wieder zu erwirken. Ungestört von feindlichen Einwirkungen, die im Hinblick auf die nahe Rheinfront stets drohend in Aussicht standen, verlief das erste Trimester. Nur die Kohlennot, durch den harten Winter bedingt, zwang zur Stillegung der Hälfte des Universitätsgebäudes und auch zu Einsparungen in den Instituten.

Als jedoch die deutschen Heere im April 1940 Dänemark und Norwegen besetzten, im Mai 1940 die militärischen Schutzwälle von Holland, Belgien und Nordfrankreich überrannten, das englische Expeditionsheer in den Kanal warfen und die drei Kanalländer eroberten, begann auch für die Stadt Freiburg und unsere Universität eine kritische Zeit. Ein Bombenangriff englischer Flieger forderte viele Opfer in der Stadt, und ein mehrtägiger Beschuß der Außenbezirke der Stadt ließ das Schlimmste erwarten.

Wir waren daher gezwungen, mitten im zweiten Trimester die zwischen Flugplatz und Bahnhof gelegenen meistgefährdeten Universitätskliniken, d. h. die Kinderklinik, die Chirurgische Klinik und die

Medizinische Klinik und im Gefolge davon die Hals-, Nasen- und Ohrenklinik zu verlegen, was natürlich sehr beträchtliche Schwierigkeiten mit sich brachte. Ich benutze hier gerne die Gelegenheit, allen beteiligten Stellen und Personen, besonders denen außerhalb der Universität, unseren herzlichen Dank auszusprechen.

Unter der Wucht der Angriffe unserer Wehrmacht brach aber der Widerstand der Gegner auch an unserer Rheinfront schnell zusammen, so daß das zweite Trimester, anfangs so sehr bedroht, in friedlicher Sicherheit zu Ende geführt und die geräumten Kliniken wieder in Benutzung genommen werden konnten. Heute gehören wir zu den am wenigsten gefährdeten Hochschulen des Großdeutschen Reiches.

Es soll aber nicht verschwiegen werden, daß die gelegentlichen Fliegeralarme, die uns die englischen Nachtflieger bescheren, in den Universitätskliniken beträchtliche Sorgen bereiten, da es begreiflicherweise sehr schwierig, ja unmöglich ist, die zahlreichen Kranken schnell in die Luftschutzkeller zu befördern. Besonders erschwerend ist der Umstand, daß nicht überall die notwendigen Einrichtungen zur Verfügung stehen. Das in den Kliniken tätige Personal kann der dankbaren Anerkennung unserer Hochschule für seine mühevolle Arbeit sicher sein.

Trotz der geschilderten Störungen verlief die Arbeit unserer Universität in der Berichtszeit in guter Ordnung. Die Universitätsführung blieb unverändert. Nur die Studentenführung zeigte infolge der Einziehungen zur Wehrmacht mehrfachen Wechsel.

Der Lehrkörper zeigte folgende Veränderungen:

Nach anderen Hochschulen wurden berufen:

- Prof. Dr. Dietrich Jahn als ord. Prof. nach Prag;
- Prof. Dr. Wilhelm Zwölfer als ord. Prof. nach München;
- Prof. Dr. Johannes Lohmann als ord. Prof. nach Rostock;
- Dozent Dr. jur. Rudolf Johns als planm. ao. Prof. nach Münster i. Westf.
- Dozent Dr. Thomas Würtenberger als planm. ao. Prof. nach Erlangen.

Ein Teil von den genannten Herren war schon vorher mit der Vertretung der nun verliehenen Lehrstühle beauftragt.

Durch Umhabilitierung an andere Hochschulen gingen verloren:

Dozent Dr. Günther von Pannewitz an die Medizinische Fakultät der Universität Münster;

Dozent Dr. Erich Blechschmidt an die Medizinische Fakultät der Universität Gießen.

Mit Vertretungen an anderen Hochschulen wurden beauftragt:

Dozent Dr. Alwin Kuhn an der Universität Marburg;
Dozent Dr. Werner Körte an der Universität Innsbruck;
Dozent Dr. Wilhelm Ehmann an der Universität Innsbruck;
Dozent Dr. Erich Trunz an der Universität Prag;
Dozent Dr. Walter Bröcker an der Universität Rostock;
ferner war Prof. Dr. Schönke während des ersten und zweiten Trimesters an der Universität Berlin vertretungsweise tätig.

Ins Ausland sind beurlaubt:

Dozent Dr. Friedrich Lutz nach den Vereinigten Staaten von Amerika;
Prof. Dr. Carl Henckel nach Chile (Concepcion);
Prof. Dr. Alfred Marchionini nach der Türkei (Ankara);
Prof. Dr. Walter Herwig Schuchhardt nach Griechenland;
ferner wird Prof. Dr. Bernhard Pfister in Deutsch-Südwestafrika festgehalten.

Zur Erledigung kriegswichtiger Aufgaben

im Rahmen des Vierjahresplanes ist schließlich Prof. Dr. Arnold Cissarz nach Berlin beurlaubt.

Aus dem Lehrkörper schieden ferner infolge Verlust der Dozentur aus:

Dr. Peter Richter;
Dr. Hermann Schwamm;
Prof. Dr. Wilhelm Hammer;
Dr. Franz Böhm.

Die Albert-Ludwigs-Universität gedenkt in Dankbarkeit der abgegebenen Mitglieder ihres Lehrkörpers und wünscht ihnen an ihrer neuen Wirkungsstätte eine erfolgreiche Tätigkeit und eine glückliche Zukunft. Sie gedenkt in treuer Sorge ihrer Mitglieder im Ausland.

Diesen Verlusten des Lehrkörpers stehen folgende Zugänge gegenüber:

Berufen wurde:

Prof. Dr. Hans Walter Klewitz auf den ord. Lehrstuhl für mittelalterliche Geschichte.

An unsere Hochschule habilitierten sich um:

Dozent Dr. Klaus Niessing von der Universität Kiel an die Medizinische Fakultät (Anatomisches Institut);

Dozent Dr. Wilhelm Wißmann von der Universität Halle an die Philosophische Fakultät (Vergleichende Sprachwissenschaft).

Mit Vertretungen an der Universität Freiburg wurden betraut:

Honorarprofessor Dr. Heinrich Rogge für Völkerrecht;
Dozent Dr. Theodor Gottlob für Kirchenrecht;
Dozent Dr. Josef Esser für deutsches und bürgerliches Recht;
Dozent Dr. Walter Paatz für Kunstgeschichte;
Dozent Dr. Christoph Hofmann bzw. Prof. Dr. Merker für Forstzoologie.

Zu Dozenten wurden ernannt:

Dr. habil. Walter Bergfeld und
Dr. habil. Immo von Hattingberg,
beide in der Medizinischen Fakultät, und
Dr. habil. Hans Marquardt in der Naturwiss.-Mathemat. Fakultät.

Ich begrüße alle neuen Mitglieder des Lehrkörpers aufs herzlichste und wünsche ihnen Glück und Erfolg an unserer Hochschule.

Folgende Mitglieder des Lehrkörpers erfuhren Beförderungen beziehungsweise Ernennungen:

Es wurden ernannt:

Prof. Dr. Adolf Schönke zum planm. Ordinarius in der Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät;

Prof. Dr. Walter Herwig Schuchhardt zum planm. Ordinarius in der Philosophischen Fakultät;

Prof. Dr. Karl Friedrich Rödemeyer zum Direktor des Rundfunkwissenschaftlichen Instituts unter Verleihung einer Planstelle als ao. Professor;

Prof. Dr. Kohl-Larsen zum Honorarprofessor in der Philosophischen Fakultät;

Dozent Dr. Arnold Löser und

Dozent Dr. Friedrich Keller

zu nichtbeamteten ao. Professoren in der Medizinischen Fakultät; und

Dozent Dr. Johannes Spörl zum nichtbeamteten ao. Professor in der Philosophischen Fakultät.

Den Doktor habil. haben erworben:

in der Medizinischen Fakultät 3 (Dr. Jung, Dr. Reindell und Dr. Schäuble);

in der Philosophischen Fakultät 2 (Dr. Böhme und Dr. Stoll); und

in der Naturwissenschaftlichen-mathematischen Fakultät 2 (Dr. Gericke und Dr. Marquardt).

Im Namen der Albert-Ludwigs-Universität spreche ich allen genannten Herren die besten Glückwünsche zu ihrer neuen Würde aus.

Die Doktor-Würde haben erlangt:

in der Theologischen Fakultät 5;

in der Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät 7;

in der Medizinischen Fakultät 89;

in der Philosophischen Fakultät 7; und

in der Naturwissenschaftl.-Mathemat. Fakultät 24 Studierende.

Folgende Mitglieder des Lehrkörpers erfuhren Ehrungen:

Der Führer und Reichskanzler Adolf Hitler verlieh die Goethe-Medaille für Kunst und Wissenschaft an den

Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Uhlenhuth aus Anlaß seines 70. Geburtstages; an den

Geh. Hofrat Prof. Dr. Oltmanns aus Anlaß seines 80. Geburtstages; und an den

ord. Honorarprof. Lic. Kapp aus Anlaß seines 75. Geburtstages.

Das Treudienst-Ehrenzeichen:

in Gold: an Prof. Dr. Noeggerath;

in Silber: an die Professoren: Dr. Abetz, Dr. Beringer, Dr. Köhn, Dr. Müller-Blattau, Dr. Horst Müller, Dr. Röhrl und Laborant Friedrich Burger.

Ernannt wurden:

Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Uhlenhuth

1. zum Ehrenmitglied der Japanisch-Deutschen Medizinischen Gesellschaft in Tokio;
2. zum Ehrenmitglied der Deutschen Vereinigung für Mikrobiologie;
3. zum Ehrenmitglied der Vereinigten Dermatologischen Gesellschaft von Groß-Hamburg;

Prof. Dr. Abetz zum ord. Mitglied der Hermann-Göring-Akademie der Deutschen Forstwissenschaft und zum Senatsmitglied der Akademie;

Geh. Hofrat Prof. Dr. Hausrath zum Ehrenmitglied der Hermann-Göring-Akademie der Deutschen Forstwissenschaft;

Prof. Dr. Maurer zum Mitglied der Historischen Kommission für das Land Hessen;

die Professoren Dold, Mangold und Stühmer zu Mitgliedern der Kaiserl. Leopoldinisch-Karolinischen Akademie der Naturforscher in Halle;

Prof. Dr. Süß zum korrespond. Mitglied der Mathematisch-Physikalischen Klasse der Gesellschaft für Wissenschaft in Göttingen;

Prof. Dr. Noeggerath zum Ehrenmitglied der Ungarischen Gesellschaft für Kinderheilkunde.

Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Uhlenhut erhielt ferner die Bernhard-Nocht-Medaille für Verdienste in der Tropenmedizin.

Im Namen der Albert-Ludwigs-Universität spreche ich den genannten Herren die besten Glückwünsche zu den empfangenen Ehrungen aus und danke ihnen für die geleistete wissenschaftliche Arbeit, die auch unserer Universität zur Ehre gereicht.

Auch unsere Hochschule konnte in der Berichtszeit einige Ehrungen aussprechen:

Am 7. März 1940, dem Gedenktag der Rheinlandbefreiung, überreichte sie in einem feierlichen Akt dem Herrn Reichsminister des Innern Dr. Wilhelm Frick die Urkunde des Ehrensenators der Albert-Ludwigs-Universität, und

am 15. Oktober 1940 wurde Herr Professor Dr. Dragendorff bei der Feier seines 70. Geburtstages zum ersten Ehrenbürger der Universität ernannt.

Beiden Herren soll durch diese Ehrung der herzliche Dank für ihre tatkräftige Förderung unserer Hochschule zum Ausdruck gebracht werden.

Für die Beurteilung der Tätigkeit unserer Hochschule ist von besonderem Interesse die Anzahl der Studierenden, die in den drei Trimestern 1940 unsere Hochschule besuchten bzw. besuchen.
Immatrikuliert waren bzw. sind:

im 1. Trimester 1137,
im 2. Trimester 1170, und jetzt im laufenden
3. Trimester 1961 Studierende.

Diese Zahlen enthalten aber auch diejenigen Studierenden, die von Freiburg aus zur Wehrmacht gingen und sich nicht exmatrikulieren ließen. Setzt man sie ab, so erhält man die Anzahl der Anwesenden.

Anwesend waren bzw. sind:

im 1. Trimester 639,
im 2. Trimester 624 und jetzt im laufenden
3. Trimester 1426 Studierende.

Die Anzahl der Studierenden rechtfertigte also auch in den beiden ersten Trimestern, als Freiburg noch sehr durch die nahe französische Front bedroht war, die Offenhaltung unserer Hochschule. Im jetzt laufenden 3. Trimester hat sie den Umfang einer mittelstarken Universität in Friedenszeiten.

Wie in den Friedenssemestern gehören in allen drei Trimestern, grob betrachtet, ungefähr die Hälfte der Studierenden zu der Medizinischen Fakultät. Die andere Hälfte verteilt sich ungefähr gleichmäßig auf die vier anderen Fakultäten, wobei die Rechts- und Staatswissenschaftliche und die Philosophische Fakultät etwas schwächer sind als die Theologische und die Naturwissenschaftlich-Mathematische Fakultät.

Im jetzt laufenden Trimester können wir auch Studierende aus den westlichen Nachbargebieten, die mit dem Sieg über Frankreich ins Großdeutsche Reich zurückkehren werden, begrüßen.

| | |
|---|---|
| Aus dem Elsaß kamen | 191, |
| aus Lothringen | 23, und |
| aus Luxemburg | 40 Studierende. |

Sie wurden in einer besonderen Feier begrüßt und verpflichtet. Ich benütze gerne noch einmal die Gelegenheit, sie und ihre Kommilitonen aus dem Reich aufs herzlichste an unserer Hochschule willkommen zu heißen und ihnen für ihr Studium den besten Erfolg zu wünschen.

Wie schon in meinem Bericht anläßlich der Eröffnung unserer Universität im 1. Trimester mitgeteilt wurde, stellte unsere Hochschule eine sehr beträchtliche Zahl von Männern für den Dienst in der Wehrmacht.

52 Dozenten,
88 Assistenten,
20 Beamte und
19 Angestellte und Arbeiter

der Universität tragen bzw. trugen den Soldatenrock.

Eine beträchtliche Anzahl von ihnen hat sich im Laufe der Kämpfe Auszeichnungen erworben.

Mit dem Eisernen Kreuz I. Klasse wurden ausgezeichnet:

Prof. Dr. Speer, und
Segelfluglehrer Fleig.

Die Spange zum Eisernen Kreuz II. Klasse erhielten die alten Soldaten des Weltkrieges:

Prof. Dr. Horst Müller,
Prof. Dr. Müller-Blattau.
Prof. Dr. Bauch,
Prof. Dr. Großmann-Doerth, und
Direktor Buchgeister.

Das Eiserne Kreuz II. Klasse empfingen:

Prof. Dr. Speer,
Dozent Dr. Max Pahl,
Forstassessor Neunhoeffer,
Assistent Dr. Tobien,
Dozent Dr. v. Brandis,

und die Assistenzärte:

Dr. Sickinger,
Dr. Schleinzer,
Dr. Weinsheimer,
Dr. Stehle und
Dr. Winkler.

Das Schutzwall-Ehrenzeichen erhielten:

Prof. Dr. Müller-Blattau,
Prof. Dr. Oppermann,
Prof. Dr. Horst Müller,
Dozent Dr. von Pein,
Bibliotheksrat Dr. Josef Beckmann,
Bibliotheksinspektor Ernst Forster,
Bibliotheksinspektor Friedrich Enderle, und
Technischer Assistent Hübner.

Das Kriegs-Verdienstkreuz wurde verliehen an:

Dozent Dr. Lexer,
Dozent Dr. Karitzky, und
Assistenzarzt Dr. Bätzner.

Für die Studentenschaft kann ich heute keine, auch nur annähernd richtigen Angaben machen. Vier bis fünf Jahrgänge unserer Studenten dürften nahezu vollständig eingezogen sein. Sicher haben auch viele von ihnen Auszeichnungen erworben. Bekannt sind nur:

stud. rer. nat. Otto Stärk, Oberleutnant in einem Kampfgeschwader, wurde mit dem EK. II und dem EK I ausgezeichnet. Er ist seit Mitte September 1940 in englischer Gefangenschaft; und

stud. rer. nat. Kaeser, Feldwebel in einem Infanterie-Regiment, erhielt das EK. II.

Ein gnädiges Geschick hat unsere Hochschule bis jetzt vor großen Blutopfern bewahrt. Die Angaben über Tote und Verwundete sind allerdings, fürchte ich, noch recht unvollständig, da die Eltern der Studenten vielfach keine Mitteilung an die Universität gaben.

Bei dem Bombenangriff auf Freiburg am 10. Mai 1940 wurde Fräulein cand. rer. nat. Westphal schwer verwundet. Sie ist aber jetzt wieder nahezu genesen.

Gefallen für die Zukunft unseres deutschen Volkes sind:

Beamtenanwärter in der Universitätskasse Rolf Bach,
stud. chem. Dietrich Grosse-Braukmann,
stud. jur. Heinz Höschele,
stud. jur. Ingwer Brodersen,
stud. jur. Bruno Harro Friese,
stud. phil. Hanns Zingel, und
stud. theol. Franz Busch.

Ich bitte Sie, sich zu ihrem Andenken von Ihren Plätzen zu erheben. Das Großdeutschland Adolf Hitlers und unsere nationalsozialistische Hochschule werden die Gefallenen nie vergessen.

Kriege und Schlachten von größtem Ausmaß sind blitzschnell geschlagen worden. Polen, Norwegen, Holland, Belgien, Frankreich liegen am Boden. Deutsche Soldaten stehen am Nordkap, in den Pyrenäen und an der Mündung der Donau. Deutsche Matrosen durchfahren die Meere. Deutsche Flieger umbrausen Englands Küsten und tragen die Vernichtung in seine Städte, seine Häfen und seine Flotten. Unter den Männern der Wehrmacht befinden sich die Männer unserer Hochschule. Zu ihnen eilen heute bei unserer Feier und bei der friedlichen Arbeit des Alltags unsere Gedanken. Ihnen gilt unser tiefempfundener Dank für die Sicherheit, die ihr Einsatz uns in diesem Jahr gebracht hat und für die Zukunft, die sie uns und unseren Kindern erkämpfen werden. Möge ihnen in den Gefahren des Krieges ein gnädiges Schicksal beschieden sein!

✡

Hochverehrte Versammlung!

Mit diesem Bericht beschließe ich meine Tätigkeit als Rektor der Albert-Ludwigs-Universität. Gestatten Sie mir, daß ich noch einen kurzen Rückblick auf die 2½ Jahre meiner Amtszeit werfe.

Als ich im Frühjahr 1938 das Rektorat übernahm, stand das deutsche Volk in lebhafter innerpolitischer Entwicklung. Der Nationalsozialismus eroberte in schnellem Fortschreiten eine Position nach der anderen und auch unsere Hochschulen standen vor der drängenden Aufgabe, sich nach der nationalsozialistischen Weltanschauung auszurichten. Drei Aufgaben waren hierbei von besonderer Wichtigkeit und bildeten die Richtlinien für die Arbeit der Universitätsführung:

1. die harmonische Einordnung der Hochschule in die deutsche Volksgemeinschaft;
2. die Gestaltung der Hochschule zu einem nationalsozialistisch-politischen Kampfinstrument; und
3. die Sicherung der höchsten Berufsleistung.

Die harmonische Einordnung in die deutsche Volksgemeinschaft setzt das Verständnis und die Achtung der anderen Berufsstände für die Arbeit und Leistung der deutschen Hochschulen voraus. Unser Bemühen mußte also darauf gerichtet werden, möglichst breite Schichten unseres Volkes in unsere Arbeit einzuweihen. Über die üblichen wissenschaftlichen Vorträge hinaus, wie sie schon lange mit großem Erfolg an unserer Universität durchgeführt werden, wurden daher in der Freiburger Hochschulwoche im Sommer 1938 und in zwei Konstanzer Hochschultagen im Januar 1939 breite Schichten unseres Volkes mit der Arbeit der Hochschule vertraut gemacht. Außerdem wurden der Arbeitsfront und der Kreisleitung Redner für wissenschaftliche Vorträge zur Verfügung gestellt. Auch der größte Skeptiker wird nicht leugnen können, daß die eingeschlagene Arbeitsrichtung von Erfolg begleitet gewesen ist. Mit besonderer Freude werden die Redner sich an die Vorträge vor den Politischen Leitern der Partei erinnern.

Die Gestaltung der Hochschule zu einem nationalsozialistischen Kampfinstrument ist eine unbedingte Notwendigkeit. Unser Staat muß darauf bestehen, daß die auf den hohen Schulen bestgeschulten Männer und Frauen, die durch ihre Berufsstellung den größten Einfluß auf unser Volk gewinnen, aktive Nationalsozialisten sind. So dringend auch die Anforderungen der Berufsarbeit auf unseren Hochschulen sind, so muß es doch gelingen, Sicherheiten dafür zu schaffen, daß auch die nationalsozialistische politische Erziehung und Haltung unserer Dozenten- und Studentenschaft gewährleistet werden. Auf Grund dieser Erkenntnis habe ich die beiden nationalsozialistischen Verbände unserer Universität soweit als möglich gefördert und habe mich selbst stets als den ersten Exponenten der Nationalsozialistischen Deutschen Arbeiterpartei innerhalb der Universität betrachtet.

Um der nationalsozialistischen Haltung unserer Hochschule sichtbaren Ausdruck zu verleihen, wurde in den beiden dem Krieg vorausgehenden Semestern die Immatrikulationsfeier umgestaltet. Je eine Mannschaft des Nationalsozialistischen Deutschen Dozentenbundes und des Studentenbundes bildeten im Braunhemd den repräsentativen Hintergrund der Feier. Der Geist des Soldatentums und der Geist der Gemeinschaft fanden so ihren sichtbaren Ausdruck und beseelten die Feier der Verpflichtung unserer Studenten. Die jahrhundertealte Tradition der Universität fand bei den anderen Feiern ihr Recht.

Die Sicherung der höchsten beruflichen Leistung unserer Hochschule ist von jeher eine der wichtigsten Sorgen des Rektors gewesen. Diese Sorge soll auch heute, bei meinem Scheiden aus dem Rektoramt, noch einmal Ausdruck finden. Gerade in Zeiten, die durch Kriege und politische Umwälzungen gekennzeichnet sind, treten Umstände auf, die die Zahl und die Güte des Nachwuchses und die wissenschaftliche Ausbildung gefährden. – Wer könnte die Bedeutung des akademischen Nachwuchses für unser Volk bestreiten! Man denke nur an die Lehrer, die Ärzte, die Rechtswahrer, die Mathematiker, die Chemiker, die Geologen, die Techniker und die vielen anderen, die in der Hochschule ihre geistige Ausbildung erfahren. Wer könnte nicht verstehen, daß die verantwortungsbewußten Rektoren die Frage des akademischen Nachwuchses mit größter Sorge betrachten! Besonders der Nachwuchs der Lehrer aller Kategorien, auch des Hochschullehrers, ist aufs höchste gefährdet. Und doch sind die Lehrer als die Träger der geistigen Schulung unseres Volkes einer unserer wichtigsten Stände. Vor allem bedenklich ist, daß für den Lehrerberuf sich nur noch wenig junge Männer zur Verfügung stellen, so daß die Erziehung unserer Jugend künftig großenteils in den Händen der Frauen liegen wird, was sicher für die Erziehung der männlichen Jugend einen Nachteil bedeutet.

Eine ebensogroße Sorge bereitet dem Rektor die wissenschaftliche Gestaltung der Hochschule. Unter dem Andrängen der Bedürfnisse der praktischen Berufe steht die Hochschule ständig vor der Alternative, ob sie eine »wahre Hochschule«, an der die Wissenschaft und Forschung erstrangig gepflegt wird, oder eine »Fachschule«, die in erster Linie nach den Bedürfnissen der praktischen Berufe ausgerichtet ist, sein soll. Wer wollte sich den Argumenten der Praktiker verschließen, und doch sind sie nicht unbedingt stichhaltig. Denn die großen Errungenschaften, die das Bild und das Leben der Kulturvölker der Gegenwart bestimmen, gründen sich letzten Endes auf Entdeckungen, die vielfach außerhalb des Gesichtskreises der Praktiker lagen, d. h. Früchte der Grundlagenforschung darstellen. Wie die Wurzel den Baum ernährt und ihn zum Früchtetragen bringt, so fördert die Grundlagenforschung die Zweckforschung und läßt diese zum Segen der Menschheit werden.

Unser Volk braucht also die Forschung, und zwar vor allem die Grundlagenforschung, wie der Baum die Wurzeln. Um sich möglichst breit auszugestalten, müssen seine Hochschulen möglichst viele wissenschaftliche Menschen erziehen und damit die Sicherheit schaffen, daß in der Zukunft eine große Anzahl begabter Forscher zur Ver=

fügung steht. Durch die wissenschaftliche Erziehung unserer Studenten werden auch die praktischen Berufe keineswegs zu kurz kommen, sondern, auf längere Sicht betrachtet, bestens gefördert werden.

Wissenschaft tut not!

Ohne Wissenschaft kein gesundes Volk
Ohne Wissenschaft keine höhere geistige Entwicklung
Ohne Wissenschaft keine ertragsfähige Landwirtschaft
Ohne Wissenschaft keine gesunde, moderne und schlagkräftige Wehrmacht, und
Ohne Wissenschaft auch kein Sieg!

In dem sicheren Bewußtsein der großen Bedeutung unserer Arbeit für das deutsche Volk marschieren wir Schulter an Schulter mit allen Volksgenossen, denen der Dienst an unserem Volke höchste Aufgabe bedeutet.

Hochgeehrte Gäste und Freunde!

Liebe Kollegen und Kameraden!

Es entspricht einem guten alten Brauch, daß der neue Rektor sich vor der Gemeinde seiner Hochschule durch eine wissenschaftliche Rede aus seinem Fachgebiet einführt. Wenn ich mich als Mathematiker diesem Brauch ohne weiteres anschließe, so habe ich dafür mehrere Gründe.

Es ist gerade in der Mathematik besonders schwer, vor einem Kreis von Zuhörern, wie dem heute hier versammelten, eine wissenschaftliche Frage so vorzutragen, daß sie allgemeiner verstanden wird, ohne daß für die Ohren eines meiner engeren Fachgenossen nur Trivialitäten gesagt werden. Zudem muß ich an Ihre Aufmerksamkeit dabei wohl höhere Anforderungen stellen, wenn Sie folgen wollen. Aber es ist nun einmal überhaupt im akademischen Bereich so: *wirkliche Wissenschaft ist nirgends Gegenstand bequemer Unterhaltung.* Sie verlangt von ihren Freunden und Anhängern den Willen zu angestrengter geistiger Versenkung. Wer sich ihrem Tempel naht, um etwas von ihr zu erfahren, der tue es mit Begeisterung oder in verehrungsvoller Andacht und mit bereitem Verstand, so wie der Kunstfreund die Schöpfung des Künstlers erlebt und ihr Herz und Sinne öffnet. Wer sich zu uns bekennt, muß zu innerster geistiger Hingebung fähig und bereit sein. Das Ziel einer Universitas litterarum, welche unsere Hochschule nach wie vor verwirklichen will, setzt die Fähigkeit und Bereitschaft zu geistigem Einsatz in unseren eigenen Reihen und bei unseren Freunden als Grundlage voraus. Die Wahl eines mathematischen Themas, zumal in einer Zeit, in der unser Volk den größten Sieg seiner Geschichte erringt, kann und soll diese Auffassung mit besonderem Nachdruck unterstreichen.

Hinzu kommt, daß es wohl keine Wissenschaft gibt, über die in Laienkreisen so irrige Ansichten verbreitet sind, wie die Mathematik. Daran sind zu einem gewissen Teil ungenügende und schlechte Unterrichtsmöglichkeiten schuld, über die wir vielfach bis zum heutigen Tage zu klagen haben. Aber auch wo und wann einmal die Mathematik auf der Schule, eigentlich ohne sachlichen Grund, ein gefürchtetes Fach gewesen sein sollte, darf sich der Gebildete nicht Zeit seines Lebens von jeder Berührung mit ihr fernhalten oder gar, wie es gelegentlich vorkommt, mit lautem Protest eine Kapitulation verschleiern, wenn er z. B. einmal ein naturwissenschaftliches Gesetz der größeren Einfachheit oder Genauigkeit wegen in dem Gewande einer mathematischen Formel kennenlernen soll. Der Mathematiker wird gerne jede Gelegenheit wahrnehmen, um für seine Wissenschaft Interesse zu wecken und falsche Vorstellungen über sein Fach auszurotten.

Zu den irrigen Auffassungen, die wir nicht selten nennen hören, gehört die, daß es in der eigentlichen, der sogenannten reinen Mathematik, doch wohl eine Entwicklung kaum mehr gebe. Es ist zwar jedermann klar, daß in den Anwendungen der Mathematik große Fortschritte in steter Aufeinanderfolge gemacht werden. Denn wie könnte man sonst die Zielbewußtheit erklären, mit der neue Flugzeugtypen, neuartige Maschinen und Kunstbauten ausgeführt und sogleich mit Sicherheit in Benutzung genommen werden. An einem Fortschreiten der aus dem Altertum überkommenen reinen Mathematik aber werden immer wieder bei Laien Zweifel laut. Und häufig hört man die Frage, wie denn z. B. über das geometrische Wissen eines Euklid hinaus eine Entwicklung überhaupt zu denken sei, dessen Lehre doch einen völlig fertigen Eindruck mache. Deshalb habe ich die Absicht, gerade hierzu einen Beitrag zu liefern, in dem ich kurz über

»Werden und Wesen der Geometrie«

spreche. Dabei werde ich mich mit der Auswahl des Stoffes im wesentlichen auf die Grundlagen der Geometrie beschränken, nicht nur der Kürze der Zeit wegen und um möglichst verständlich zu bleiben, sondern auch, weil gerade hier die Verhältnisse besonders kennzeichnend sind und klar zutage liegen.

Nicht als ob die Geometrie, auch die sogenannte Elementargeometrie, bis auf unsere Tage nicht um schöne und wichtige Ergebnisse und ganze neue Gebiete bereichert worden wäre, die einen Vergleich mit dem Bestand im klassischen Altertum durchaus bestehen. Der Bereich unseres geometrischen Wissens ist sogar in den letzten 150 Jahren allein an bekannten Ergebnissen um ein Vielfaches des früheren erweitert worden. Und die neueren Theorien und Methoden sind sowohl für den systematischen Aufbau der Geometrie als Wissenschaft wie auch für die Anwendungen den früheren unbedingt stark überlegen. Was aber Geometrie sei, läßt sich leichter bei der Betrachtung der einfachsten und grundlegenden Fragen erkennen. Dabei wird sich zeigen, daß gerade das Wissen um den Wandel der Auffassungen zugleich eine Antwort auf die Frage nach dem Wesen unseres Gegenstandes liefert.

Denn es ist, wie ich Ihnen zu zeigen beabsichtige, schon der Begriff der Geometrie selbst nicht feststehend. Aus dem Altertum stammt die Auffassung, der Geometer studiere einfach die Verhältnisse des Raumes unserer Erfahrung, so wie der Physiker etwa die Gesetze der Bewegung feststellt. Tatsächlich verdanken die ältesten geometrischen Methoden wohl ausschließlich praktischen Bedürfnissen, z. B. denjenigen des Feldmessens, ihre Entstehung. Und es hat alte Kulturvölker gegeben, bei denen Geometrie überhaupt nichts anderes als eine Summe von praktisch verwertbaren Methoden fast ohne inneren Zusammenhang gewesen ist, und somit allenfalls als ein Anfang einer Naturwissenschaft aufgefaßt werden kann.

Auch die Griechen sehen in den grundlegenden Begriffen des Geometers – wie Punkt, Gerade, Ebene – zunächst bekannte Gegenstände der Erfahrung, dann Abstraktionen aus der äußeren Anschauung, die als solche allgemein bekannt sind und deren gegenseitige Verhältnisse für jedermann völlig klare und an der Erfahrung prüfbare Gegebenheiten darstellen. Zwischen dieser frühen Auffassung und der Haltung, die später das Werk von Euklid einnimmt, liegt eine der größten Entdeckungen der menschlichen Geistesgeschichte. Inzwischen hatte man gelernt, aus einigen wenigen Grundbegriffen und Grundbeziehungen durch logisches Schließen dieselbe ausgedehnte und anwendungsreiche geometrische Lehre zu entwickeln, welche man früher durch Beschreibung räumlicher Gegenstände und Feststellung ihrer gesetzmäßigen Zusammenhänge erhalten hatte und stets wieder erhalten konnte. Von einer Analysis des Raumes der äußeren Anschauung, kann man sagen, war man zu einer Synthesis des Raumes der inneren Anschauung gekommen. Das Wunder der Übereinstimmung des Ergebnisses ist dann einer der Kernpunkte der Philosophie bei den Griechen geworden und es bis zum heutigen Tage geblieben. Es scheint mir besonders beachtenswert, daß gerade die Griechen, welchen der Sinn des Auges so viel bedeutete, sich zu dem Verzicht durchgerungen haben, ihrem Anschauungsvermögen beim Aufbau der Geometrie nicht mehr beweisende Kraft beizumessen. Aus der Anschauung entnehmen sie nur die Gewißheit, daß einige gesetzmäßige Zusammenhänge zwischen geometrischen Objekten bestehen, die sie in ihren Axiomen vollständig zu beschreiben glauben, z. B. daß durch zwei Punkte stets eine und nur eine gerade Linie geht. Die Objekte definieren sie zwar – z. B. den Punkt als etwas, das keine Teile hat –, machen aber beim Aufbau der Geometrie von diesen Definitionen keinen Gebrauch. Ihr geometrisches Gebäude entsteht durch Deduktion aus den Axiomen ohne weitere Anleihen bei der Anschauung. Hiermit haben die Griechen der Geometrie ein von der Erfahrung nahezu unabhängiges Eigenleben gegeben. Sie haben zugleich die erste systematisch abgeschlossene Wissenschaft geschaffen, die an sich bis auf unsere Tage als kaum verbesserungsfähig anerkannt wird. Die gelegentlich geäußerte Folgerung, daß diese Art Wissenschaft keine große Bedeutung, keinen besonderen Inhalt haben könne, da die ganze Geometrie bereits in den wenigen Axiomen mitenthalten sein muß, kann schon mit dem Hinweis auf das ein=

drucksvolle umfassende geometrische Lehrgebäude widerlegt werden. Von Helmholtz rührt der Vergleich, daß eine Druckerei mit ihren Typen und Setzmaschinen ja auch noch nicht alle menschliche Weisheit enthält, obwohl diese sich mit ihnen darstellen läßt.

Das Werk von Euklid stellt den Höhepunkt der genannten geometrischen Bemühungen der Griechen dar. Seine Elemente, etwa 330 v. Chr. entstanden, sind nächst der Bibel und ganz wenigen anderen Büchern das bis zum heutigen Tag verbreitetste und in unserem Kulturkreis durch mehr als zwei Jahrtausende wirksamste Werk des Altertums. Die erstaunlichste, dabei rein mathematische Leistung Euklids und seiner unmittelbaren Vorgänger, die ihn mit diesem zum Range ganz großer Mathematiker erhebt, auch im modernen Sinne, ist der Grad der *Vollständigkeit* seines Axiomensystems, wodurch es alle vorangehenden Systeme verdrängte und auch für über 2000 Jahre etwaige andere überflüssig machte, indem es den Bedürfnissen der Geometer solange genügte. Denn erst vor 100 Jahren sind Gauß und andere auf einige wenige wesentliche Lücken gestoßen, die dann in den achtziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts endgültig geschlossen worden sind.

Das Auffinden dieser Lücken ist nun keineswegs die Ursache dafür gewesen, daß Zweifel an dem vorhandenen Aufbau oder gar an der Gültigkeit der euklidischen Geometerie laut wurden. Auch hat nicht Erfahrung oder praktischer Gebrauch, sondern allein rein theoretisches Erkenntnisstreben über sie hinausgeführt, indem es die im euklidischen System erstarrte geometrische Lehre wieder in Bewegung brachte. Der Gedanke, daß eine Geometrie nach dem Muster der griechischen mit den räumlichen Gegebenheiten der Außenwelt *nicht* übereinzustimmen brauche, lag zunächst noch fern. Eine starke Verankerung hatte die euklidische Geometrie sogar inzwischen noch dadurch erfahren, daß Descartes und Fermat mit der Einführung des Koordinatenbegriffs die Sätze der Geometrie samt Beweisen in das Gebiet der *Zahlenlehre*, der elementaren Algebra, zu *übersetzen* gelehrt und damit ein mächtiges und vielfach bewährtes Hilfsmittel für die Bearbeitung geometrischer Fragen geschaffen hatten, das Zweifel an ihrer praktischen Gültigkeit nicht aufkommen ließ.

Die euklidische Geometrie schien also auch noch bis in die Neuzeit hinein die Geometrie des Erfahrungsraumes zu sein und ihn durch ihre Sätze so vollständig wie praktisch nötig zu erfassen. Aber ihre Axiome besaßen nicht alle den gleichen hohen Grad der Selbstverständlichkeit. Schon früh erregte die Fassung des 11. Axioms von den Parallelen bei aufmerksamen Kritikern Bedenken. Euklid sagt nämlich nicht, wie wir es heute gewöhnt sind: durch einen Punkt gibt es zu einer nicht durch ihn gehenden Geraden eine Parallele. Sondern er gibt dem Parallelen-Axiom eine solche Fassung, daß darin ganz besonders deutlich zum Ausdruck kommt, wieweit dieses Axiom über das hinausgeht, was jedermann von vornherein klar ist. Es muß hervorgehoben werden, daß die Parallelenaussage in der ältesten Handschrift, die wir besitzen, nicht als Axiom, d. h. als eine jedem einleuchtende Wahrheit, sondern als ein Konstruktionspostulat erst im Laufe der späteren Untersuchungen eingeführt ist. Die Annahme scheint begründet, daß Euklid unter einem Postulat dabei einen über die Axiome hinausgehenden Zusatz verstand, den er nur deshalb machte, weil er ohne ihn gewisse Ziele der Entwicklung nicht erreichen konnte. Soweit man diese älteste Handschrift als echt ansehen darf, spricht auch diese Stellung, die Euklid der Parallelenaussage als Postulat gegeben hat, für die Schärfe seines mathematischen Blickes.

Der zufällige Wortlaut des Parallelenpostulats bei Euklid gab Anlaß zu untersuchen, welche Stellung diesem Postulat im Gesamtaufbau der Geometrie zukomme. Das einzige Ziel aber, das man dabei zunächst vor Augen hatte, war, das Parallelenaxiom aus den anderen Axiomen zu beweisen. Als die Mathematiker nach vielen vergeblichen Versuchen dann auch andere Bahnen einschlugen, wurde die Wirkung durch Kant stark gelähmt. Er hatte die euklidische Geometrie dadurch in der allgemeinen Achtung gefestigt, daß er sie als eine notwendige Form der Erfahrung darstellte, statt einer tatsächlichen Form der Erfahrung, als die sie bis dahin angesehen worden war. Das Parallelenpostulat wurde bei Kant als natürlicher fester Bestandteil dieser Geometrie angesehen. War Kant im Recht, so gab es keinen Zweifel an der Evidenz der Axiome, und das Parallelenpostulat wurde als Axiom betrachtet. Unter der Wucht von Kants Autorität durfte nicht daran gedacht werden, daß neben der euklidischen noch mehrere Arten von Geometrie bestehen könnten, daß also eine Geometrie möglich sei, für die irgendeines der Axiome, z. B. die Parallelenaussage, nicht zutreffe. Gauß, der zuerst im Besitz einer nicht-euklidischen Geometrie war, d. h. einer Geometrie, in der die Parallelenaussage nicht gültig ist, hat trotz der allseitigen Achtung, die er als Princeps mathematicorum genoß, zu Lebzeiten von seiner Entdeckung geschwiegen, das Geschrei der Böotier fürchtend, wie er sich ausdrückte. Für ihn sind die euklidische und die nicht-euklidischen Geometrien alle gleich »denkbar«, d. h. jeweils ohne logischen Widerspruch in sich. Der Ungar Bolyai und der Russe Lobatschewski haben die gleichen Gedanken zuerst veröffentlicht vor etwas über 100 Jahren; ihre Schriften sind damals wenig bekannt geworden. Gauß begnügte sich aber nicht mit der Erkenntnis der logischen Möglichkeit nicht-euklidischer Geometrien; ihn beschäftigte außerdem die Frage, welche Art von Geometrie denn dem physikalisch-astronomischen Raum wirklich angemessen sei. Bekanntlich ist eine Aussage der nicht-euklidischen Geometrie die, daß die Winkelsumme im Dreieck nicht zwei Rechte beträgt. Zur Prüfung maß Gauß also die Winkelsumme eines durch drei Bergspitzen im südlichen Hannover gebildeten großen Dreiecks. Die Abweichung von zwei Rechten, die er dabei fand, lag indessen ganz im Bereich der Meßfehlermöglichkeiten und führte zu nichts. Die Tatsache dieser Meßversuche aber zeigt schon allein den gewaltigen Gegensatz der Auffassungen von Gauß und Kant. Als dann nach Gaußens Tod durch Veröffentlichung seines Briefwechsels mit anderen Mathematikern seine Gedanken bekannt wurden, mußte im Kreise der jungen

Mathematiker in dieser Beziehung die Losung lauten: Los von Kant! – seltsamerweise zu einer Zeit, als die Philosophen gerade wieder zurück zu Kant strebten. Jetzt wurden auch die Arbeiten von Bolyai und Lobatschewski bekannt. Diese hatten nun allein das Parallelenpostulat dem Kant'schen a priori entzogen, den übrigen Bestand der euklidischen Fundamente aber als a priori gültig bestehen lassen. Gauß hatte schon weiter gesehen. Das Bekanntwerden seiner gelegentlichen Bemerkungen hatte dann auch zur Folge, daß man mehr und mehr fundamentale Eigenschaften der für die äußere Wirklichkeit verwendbaren Raumgeometrie dem Erfahrungsmäßigen zuwies, wobei dann zunächst die Grenze zwischen dem a priori und der Erfahrung unklar blieb.

Die Diskussion über die Festlegung solcher Grenzen wurde damals hinausgezögert, da zunächst ein mathematisch wichtigeres Problem auftauchte. Die Gauß'sche Überzeugung von der logischen Widerspruchslosigkeit auch einer nicht-euklidischen Geometrie, also einer Geometrie, die ohne das Parallelenaxiom arbeitet, schien auch in den Arbeiten Bolyais und Lobatschewskis nicht lückenlos begründet zu sein. Hatte doch Gauß schon selbst darauf hingewiesen, daß man beim geometrischen Schließen mehr benutze, als in Euklids Elementen angegeben sei. Z. B. operiere man mit dem Begriff »zwischen«, ohne doch festgelegt zu haben, wie er angewandt werden dürfe. Sollte es etwa nicht doch möglich sein, so fragte man, innerhalb eines Axiomensystems, welches außer den euklidischen auch noch diese, immer mit Selbstverständlichkeit benutzten Begriffe umfaßte, die logische Abhängigkeit des Parallelenpostulats von den Axiomen zu beweisen? Solange eine derartige Frage möglich war, erschien das Parallelenproblem noch ungelöst. Indessen gab man ihm eine andere Wendung. Man suchte nach einem unmittelbaren Beweis der Widerspruchslosigkeit einer nicht-euklidischen Geometrie. Das Parallelenpostulat ist ja dann logisch unabhängig von den Axiomen, wenn seine logische Negation mit den Axiomen verträglich ist. Es besteht also die Frage, wie man diese Verträglichkeit, also die innere Widerspruchslosigkeit des Systems ohne Parallelenpostulat, nachweisen kann. Der italienische Mathematiker Beltrami fand wohl zunächst die größte Zahl von Anhängern, als er in der euklidischen Geometrie selbst ein Modell der nicht-euklidischen Geometrie angab, d. h. eine geometrische Figur aus der üblichen euklidischen Geometrie, innerhalb welcher die Sätze der nicht-euklidischen Geometrie ihre Deutung finden können. Ich will versuchen, Ihnen das Zustandekommen dieses Modells zu beschreiben. Stellen Sie sich vor, daß jemand auf einem geraden Wege entlang geht und dabei an einem Faden von fester Länge einen Gegenstand mit sich zieht, der zunächst seitlich von seinem Wege gelegen hat. Die Kurve, die dieser gezogene Gegenstand beschreibt, die sich langsam, asymptotisch, wie wir sagen, seinem Wege nähert, heißt Traktrix, zu deutsch Zugkurve, der geradlinige Weg, dem sie sich nähert, Asymptote. Diese Zugkurve und ihre Asymptote liegen also in einer und derselben Ebene. Denkt man sich nun die Zugkurve um ihre Asymptote im Raume gedreht, so überstreicht bei dieser Drehung die Zugkurve eine Fläche, die sogenannte Drehfläche der Traktrix, welche auch Pseudosphäre genannt wird. Auf jeder Fläche gibt es zwischen je zwei Punkten kürzeste Verbindungslinien, sogenannte geodätische Linien. Auf der Erdoberfläche z. B. sind, wenn wir die Erde als Kugel ansehen, Großkreisbogen dieser Kugel die kürzesten Verbindungen, auf der Ebene die Geraden. Die geodätischen Linien der Pseudosphäre und ihre Schnittpunkte bilden nun ein System von Linien und Punkten, die miteinander in genau denselben Verknüpfungsbeziehungen stehen, wie die Geraden und Punkte der ebenen Geometrie von Bolyai und Lobatschewski. Beltrami kam also zu dem Schluß, daß die ebene nicht-euklidische Geometrie genau so widerspruchsfrei sei wie die euklidische, da jeder ihrer Widersprüche ja auch als widerspruchsvolle Aussage auf der genannten Fläche erkennbar sein müßte. Zweifel an dieser Beweisführung konnten allerdings noch dadurch auftauchen, daß die Pseudosphäre nicht beliebig weit einen glatten Verlauf nimmt, sondern mit einem scharfen Randkreis, einer sogenannten singulären Kurve, behaftet ist, für deren Punkte Ausnahmen zu bestehen schienen. Außerdem war ja durch seine Untersuchung, welche ersichtlich nur im Zweidimensionalen geführt war, nichts über die Verhältnisse im Raum ausgemacht. Nun aber erkannten bald andere in den Gedanken über n-dimensionale Mannigfaltigkeiten von Riemann, welche 1868 nach seinem Tode veröffentlicht wurden, die Möglichkeit, Beltramis Modell auch für den Raum aufzustellen. Und es gelang 1871 Felix Klein, ein von Singularitäten völlig freies Modell einer nicht-euklidischen ebenen Geometrie anzugeben. Diese Geometrie ist im wesentlichen die Geometrie, wie sie auf der Kugeloberfläche besteht, wenn man die Großkreise der Kugelfläche als die Entsprechungen zu geraden Linien ansieht. Allerdings muß hier noch ein wesentlicher Zusatz gemacht werden. Denn für diese Geometrie gilt ja nicht ohne weiteres der Satz, daß durch zwei Punkte stets genau eine gerade Linie bestimmt wird. Denn durch je zwei gegenüberliegende Punkte, z. B. Nordpol und Südpol, gehen unendlich viele Großkreise, die sogenannten Meridiane hindurch. Trifft man aber noch die Vereinbarung, daß je zwei einander gegenüberliegende Kugelpunkte als ein Punkt der nicht-euklidischen Geometrie zusammengenommen und aufgefaßt werden sollen, dann geht allerdings durch jedes Paar von Punkten dieser nicht-euklidischen Geometrie, also durch jedes Paar von Paaren gegenüberliegender Punkte der Kugelfläche, genau ein Großkreis, der als geodätische Linie die Rolle der Verbindungsgeraden spielt.

Klein verband nun den Modellgedanken mit einem anderen, der für die geometrische Forschung seitdem eines der weittragendsten Prinzipien geworden ist, dem der Isomorphie. Der Sinn, den die Betrachtung eines Modells einer durch Axiome gegebenen Theorie hat, ist doch der, daß gewisse Objekte des Modells – oben waren es die geodätischen Linien und Punkte der Pseudosphäre – sich den Begriffen, die in den Axiomen eine Rolle spielen – den Geraden, Punkten und Ebenen der Geometrie –, eindeutig so zuordnen lassen, daß auch ihre gegenseitigen Beziehungen in den Axiomen zum Ausdruck kommen. Es ist also naheliegend, von dem Modell ganz abzusehen und zwei verschiedene Gebiete dann einander isomorph zu nennen, wenn die Gegenstände und ihre Beziehungen in den beiden Gebieten sich einander so zuordnen lassen, daß jeder Satz des einen Gebiets einem Satz des anderen entspricht. Den vollkommensten Ausdruck findet das Isomorphieprinzip in dem Bereich der abstrakten Gruppentheorie. Gestatten Sie mir hier noch einmal einen kurzen Abstecher zu Einzelheiten! Den Begriff der Gruppe veranschaulicht man sich etwa an der Gesamtheit der Drehungen um einen Punkt. Diese Drehungen haben z. B. die Eigenschaft, daß zwei Drehungen um einen Punkt, hintereinander ausgeführt, zu demselben Ergebnis führen, wie eine einzige dritte Drehung um diesen Punkt. Oder: wenn ich drei Drehungen um einen Punkt denke, eine erste, eine zweite und eine dritte, und wenn ich diese hintereinander ausführen will, so kann ich zunächst eine den beiden ersten gleichwertige Drehung ausführen und dann die dritte oder zunächst die erste allein und danach eine Drehung, die der Zusammensetzung der zweiten und dritten entspricht. Mathematisch nennen wir das darin zum Ausdruck kommende Gesetz das assoziative Gesetz der Zusammensetzung. Wenn ich statt an Drehungen um einen festen Punkt an allgemeine mathematische Operationen denke – z. B. Bewegungen, Projektionen usw. – und die Ausführung dieser Operationen abstrakt und symbolisch mit dem Malzeichen darstelle, dann handelt es sich bei dem jetzt ausgesprochenen assoziativen Gesetz für drei hintereinander auszuführende Operationen a, b und c um die Ihnen aus dem Zahlenrechnen bekannte Formel $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Man sagt nun, die Operationen bilden eine Gruppe, wenn außer diesem Gesetz noch das zuvorgenannte besteht, wonach $a \cdot b$ wieder eine Operation der gleichen Gesamtheit sein soll, und wenn schließlich die operativen Gleichungen $a \cdot x = b$, $y \cdot a = b$ für je zwei bekannte Operationen a und b der Gruppe durch eine dritte Operation x bzw. y derselben Gruppe gelöst werden kann. In diesem Sinn bilden nun zunächst z. B. alle reellen Zahlen außer der Null eine Gruppe, wenn ich als Operation die gewöhnliche Multiplikation wähle. Bezüglich der Multiplikation bilden sogar schon die rationalen Zahlen außer Null eine Gruppe. Wähle ich aber als Operation nicht die Multiplikation, sondern die übliche Addition, so bilden sowohl die Gesamtheit aller reellen Zahlen wie auch schon die Gesamtheit der ganzen Zahlen bezüglich der Addition eine Gruppe. Multiplikation und Addition genügen außerdem noch dem kommutativen Gesetz: d. h. es ist $a \cdot b = b \cdot a$ und $a + b = b + a$. Also ist es so, daß jedem Satz der Multiplikation rationaler Zahlen, der aus den definierenden Eigenschaften der Gruppe und dem kommutativen Gesetz bewiesen werden kann, ein Satz über die Addition der ganzen Zahlen entspricht und umgekehrt. Die beiden Gruppen der Multiplikation und Addition und die daraus gefolgerten Theorien sind also einander isomorph. Zwei Gruppen sind i. A. einander nicht isomorph. Die Gruppe der Bewegungen z. B. ist in diesem Sinne nicht der Gruppe aller sogenannten projektiven Abbildungen isomorph – eine Abbildung heißt projektiv, wenn sie durch Projektionsverfahren hergestellt werden kann – die Bewegungsgruppe ist aber einer Teilgruppe, einer sogenannten Untergruppe der projektiven Gruppe isomorph. Von diesem Prinzip ausgehend hat Klein andere Nachweise erbracht für die Widerspruchslosigkeit der räumlichen nicht-euklidischen Geometrie. Betrachtet man nämlich z. B. als Punkte, Geraden und Ebenen die gewöhnlichen, aber nur soweit als sie im Inneren einer Kugel liegen, und wählt man nun alle projektiven Abbildungen aus, welche die Kugelfläche irgendwie in sich selbst abbilden – dazu gehören z. B. alle Drehungen um den Kugelmittelpunkt –, so stellen diese Abbildungen in ihrer Gesamtheit ein Modell der Bewegungsgruppe einer nicht-euklidischen Geometrie dar.

Durch diesen Isomorphiegedanken ist es Felix Klein in den siebziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts gelungen, in die Mannigfaltigkeit geometrischer Theorien Ordnung zu bringen. Hier interessiert uns ein anderer Ansatz, den gleichfalls Klein mit Hilfe des Gruppenbegriffs durchgeführt hat, um die Widerspruchslosigkeit der nicht-euklidischen Geometrie zu zeigen. Dem Mathematiker v. Staudt war es gelungen, die projektive Geometrie systematisch aufzubauen und auch in ihr Koordinaten einzuführen, so daß also eine analytische Geometrie in ihr möglich wurde. Klein zeigte nun, daß sich die verschiedenen nicht-euklidischen Geometrien zusammen mit der euklidischen als Sonderfälle der projektiven ergeben, indem man aus der projektiven Gruppe diejenigen Operationen als Bewegungen auswählt, die einen Kegelschnitt in sich selbst überführen – so wie z. B. von allen Bewegungen in einer Ebene gewisse einen Kreis in sich selbst überführen, nämlich die Drehungen um den Kreismittelpunkt. Je nach der Wahl des Kegelschnittes erhält man eine der genannten Geometrien. Hiernach sind also euklidische und nicht-euklidische Geometrien als logisch gleichberechtigte Teilgebiete in die projektive Geometrie eingebaut. Systematisch durchgeführt hat diesen Zugang zu den verschiedenen Geometriearten unser Freiburger Altmeister, Herr Geh. Rat Heffter, in seinem klassischen Lehrbuch der analytischen Geometrie.

Ich kehre zu allgemeineren Betrachtungen zurück. Von zwei Seiten schien nun die Widerspruchslosigkeit der nicht-euklidischen Geometrie einleuchtend. Sie war so widerspruchslos wie die euklidische, weil sie in ihr vollkommene Modelle besitzt, oder so widerspruchslos wie die projektive Geometrie, weil sie neben der euklidischen in ihr enthalten ist. Die euklidische und projektive Geometrie wiederum waren so sehr widerspruchsfrei wie die ihnen entsprechenden Koordinaten-Geometrien, welche ihrerseits als arithmetische Modelle ihnen zugeordnet waren: Einander widersprechende Aussagen einer Geometrie müßten deshalb in Widersprüchen innerhalb der üblichen Zahlenlehre ihre Parallele finden. Dies hat in vollkommener Schärfe Hilbert in seinem berühmt gewordenen Buch »Grundlagen der Geometrie«, dem modernen »Euklid«, dargestellt. Zugleich findet man aber in diesem Buch eine Menge anderer, vom

Gesichtspunkt der Logik gleich wichtiger Fragen gelöst. Hilbert beschränkt sich nicht auf die Untersuchung, welche Stellung das Parallelenpostulat im Gesamtsystem der Geometrie einnimmt, sondern er untersucht auch die *anderen Axiome*, z. B. die der Kongruenz oder der Stetigkeit. Er konstruiert Geometrien, in denen z. B. das *Stetigkeitsaxiom* des Archimedes *nicht* mehr gilt, sogenannte nicht-archimedische Geometrien, d. h. Geometrien, in denen es z. B. Strecken gibt, welche durch endlichmaliges Aneinanderfügen der Maßeinheit an Länge nicht übertroffen werden können. Solche Konstruktionen erwecken leicht den Anschein des allzu Künstlichen oder den Eindruck logischer Spitzfindigkeiten. Indessen zeigt ein bereits von dem scharfsinnigen Mathematiker Dedekind angegebenes Beispiel, daß unstetige Räume, Räume mit Lücken, sehr wohl Beachtung verdienen. In seiner bekannten Schrift »Was sind und was sollen die Zahlen« sagt er wörtlich: »Ich habe bemerkt, daß für einen großen Teil der Wissenschaft vom Raume die Stetigkeit seiner Gebilde gar nicht einmal eine notwendige Voraussetzung ist.... Um dies noch näher zu erläutern, bemerke ich beispielsweise folgendes. Wählt man drei nicht in einer Geraden liegende Punkte A, B, C nach Belieben, nur mit der Beschränkung, daß die Verhältnisse ihrer Entfernungen AB, AC, BC algebraische Zahlen sind, und sieht man im Raume nur diejenigen Punkte M als vorhanden an, für welche die Verhältnisse von AM, BM, CM zu AB ebenfalls algebraische Zahlen sind, so ist der aus diesen Punkten M bestehende Raum, wie leicht zu sehen, überall unstetig; aber trotz der Unstetigkeit, Lückenhaftigkeit dieses Raumes sind in ihm, soviel ich sehe, alle Konstruktionen, welche in Euklids Elementen auftreten, genau ebenso ausführbar, wie in dem vollkommen stetigen Raume; die Unstetigkeit dieses Raumes würde daher in Euklids Wissenschaft gar nicht bemerkt, gar nicht empfunden werden.«

Bei Hilbert haben die geometrischen Objekte Punkt, Gerade, Ebene usw. für den logischen Aufbau der Geometrie keinen anschaulichen Sinn in sich. Er sagt, es seien Gedankendinge, und man weiß über sie nicht mehr, als was in den Axiomen steht. Sie sind gewissermaßen erst durch diese Axiome definiert. Man nennt das eine implizite Definition. Die Geometrie ist bei dieser Auffassung, logisch gesehen, eine allgemeine Beziehungslehre, die sich ohne anschaulichen Inhalt aufbauen ließe und formal bestehen könnte. Sie wird zur Geometrie im gewöhnlichen Sinne erst dann, wenn es uns gelingt, unsere Raumerfahrungen ihren Sätzen eindeutig zuzuordnen. Das Axiomensystem erzeugt also eine Theorie, die man als logische Leerform, d. h. noch inhaltfreie Form, möglicher Erfahrungswissenschaft auffassen kann. Die Wandlung, die sich mit dem Begriff Geometrie dabei vollzogen hat, läßt sich vielleicht am besten durch folgende Gegenüberstellung zum Ausdruck bringen: Für Kant gibt es eine einzige Art Geometrie, bei ihm ist diese Geometrie eine notwendige Form der Erfahrung; bei Hilbert ist jede der vielen Arten Geometrie eine mögliche Form der Erfahrung.

Die von Hilbert ausgebildete logische Grundlegung der Geometrie ist von ihm selbst und inzwischen von anderen als die sogenannte axiomatische Methode zum Aufbau von mathematischen Sachgebieten, aber auch von solchen der mathematischen Physik, angewandt worden. Zu beachten ist, daß sie mit einer impliziten Definition der in dem betreffenden Sachgebiet benutzten Grundbegriffe und ihrer Beziehungen untereinander durch das Axiomensystem beginnt und daß sie aus den angesetzten Grundlagen geradezu die ganze Theorie selbst erzeugt, da die Theorie nur aus logischen Folgerungen der Axiome besteht. Die axiomatische Methode läßt im Grunde also aus jedem in sich widerspruchsfreien Axiomensystem eine mathematische Theorie entstehen. Aber ist dann nicht, wie man gelegentlich gesagt hat, diese Theorie und die sie erzeugende axiomatische Methode nur ein Spiel, bei dem Figuren ohne Wirklichkeitsbedeutung – die Grundbegriffe – nach frei vereinbarten oder gesetzten Spielregeln – den Axiomen – bewegt werden? Dazu ist zu sagen: Der in dieser Frage steckende Vorwurf wäre berechtigt und geradezu wissenschaftlich vernichtend, wenn die Mathematik nur aus derart zustandegekommenen Theorien bestünde und wenn diese Theorien, die ich oben logische Leerform möglicher Erfahrung nannte, sich nicht durch höchst bedeutsame Inhalte ausfüllen ließen, wie es ja gerade das Beispiel der Geometrie zeigt. Man darf doch nie vergessen, daß jede Wissenschaft das Werk von schöpferischen geistigen Menschen ist. Ein gesunder Geist aber will mit seinem Tun stets einen »Sinn« verbunden sehen. Wie der erwachsene Mensch nicht bei den Spielen des Kindes stehenbleibt, so begnügt sich auch der reife Geist nicht mit Gedankenspielerei. In der Regel ist ja das mathematische Sachgebiet, oft von Anwendungen herstammend und damit schon einen Sinn in sich tragend, bereits vorhanden, wenn der Axiomatiker sich daran macht, ihm einen einwandfreien Aufbau zu geben. Er hat nur die Grundlagen geeignet zu wählen. Daß er dabei gleichzeitig, vielleicht bei geringen Abänderungen, die logische Leerform schafft, in die sich noch ein anderes Sachgebiet einfügen läßt, ist dann ein Gewinn der Methode. So hat der Geometer die Grundlagen seiner Lehre aus seinem Wissen um räumliche Tatsachen auszusuchen und unter Umständen zweckmäßig zu idealisieren, mögen diese nun Tatsachen der äußeren oder inneren Anschauung sein. Hier bewahrheitet sich ein Wort von Kant, das Hilbert seinen »Grundlagen der Geometrie« vorangestellt hat:

»So fängt denn alle menschliche Erkenntnis mit Anschauungen an, geht von da zu Begriffen und endet mit Ideen.«